

**Демоверсия. Математика (профильный уровень)
для поступления в 8 (математический) класс
МАОУ гимназия № 99
2025 год**

Время на выполнение работы – 60 минут

Содержание образования по алгебре за 7 класс (профильный уровень)

Числа и вычисления

Рациональные числа

Рациональные числа. Сравнение, упорядочивание и арифметические действия с рациональными числами. Числовая прямая, модуль числа.

Степень с натуральным показателем и её свойства. Запись числа в десятичной позиционной системе счисления.

Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение задач из реальной практики на части, на дроби, на проценты, применение отношений и пропорций при решении задач; решение задач на движение, работу, покупки, налоги.

Делимость

Делимость целых чисел. Свойства делимости.

Простые и составные числа. Чётные и нечётные числа. Признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11. Признаки делимости суммы и произведения целых чисел при решении задач с практическим содержанием.

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух чисел. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида.

Деление с остатком. Арифметические операции над остатками.

Алгебраические выражения

Выражения с переменными

Выражение с переменными. Значение выражения с переменными. Представление зависимости между величинами в виде формулы.

Тождество. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Доказательство тождеств.

Многочлены

Одночлены. Одночлен стандартного вида. Степень одночлена.

Многочлены. Многочлен стандартного вида. Степень многочлена. Сложение, вычитание, умножение и деление многочленов. Преобразование целого выражения в многочлен. Корни многочлена.

Формулы сокращённого умножения: квадрат суммы и квадрат разности двух выражений, куб суммы и куб разности двух выражений, разность квадратов двух выражений, произведение разности и суммы двух выражений, сумма и разность кубов двух выражений.

Разложение многочлена на множители. Вынесение общего множителя за скобки. Метод группировки.

Уравнения и системы уравнений

Уравнения

Уравнение с одной переменной. Корень уравнения. Свойства уравнений с одной переменной. Равносильность уравнений. Уравнение как математическая модель реальной ситуации.

Линейное уравнение с одной переменной. Число корней линейного уравнения. Решение текстовых задач с помощью линейных уравнений. Линейное уравнение, содержащее знак модуля.

Системы уравнений

Уравнение с двумя переменными. График линейного уравнения с двумя переменными. Системы линейных уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы линейных уравнений с двумя переменными. Решение систем линейных уравнений с двумя переменными

методом подстановки и методом сложения. Система двух линейных уравнений с двумя переменными как модель реальной ситуации.

Функции

Координаты и графики

Координата точки на прямой. Числовые промежутки. Расстояние между двумя точками координатной прямой.

Прямоугольная система координат. Абсцисса и ордината точки на координатной плоскости. Примеры графиков, заданных формулами. Чтение графиков реальных зависимостей.

Функции

Функциональные зависимости между величинами. Понятие функции. Функция как математическая модель реального процесса. Область определения и область значений функции. Способы задания функции. График функции. Понятия максимума и минимума, возрастания и убывания на примерах реальных зависимостей.

Линейная функция, её свойства. График линейной функции. График функции $y = |x|$. Кусочно-заданные функции.

Содержание образования по геометрии за 7 класс (профильный уровень)

Начала геометрии

История возникновения и развития геометрии. Начальные понятия геометрии. Точка, прямая, отрезок, луч. Понятие об аксиоме, теореме, доказательстве, определении.

Взаимное расположение точек на прямой. Измерение длины отрезка, расстояние между точками.

Полуплоскость и угол. Виды углов. Измерение величин углов. Вертикальные и смежные углы.

Параллельные и перпендикулярные прямые. Расстояние от точки до прямой. Биссектриса угла.

Ломаная. Виды ломаных. Длина ломаной. Многоугольники. Периметр многоугольника. Понятие о выпуклых и невыпуклых многоугольниках.

Первичные представления о равенстве фигур, их расположении, симметрии.

Простейшие построения. Инструменты для измерений и построений.

Треугольники

Виды треугольников: остроугольные, прямоугольные, тупоугольные, равнобедренные, равносторонние. Медиана, биссектриса и высота треугольника.

Равенство треугольников. Первый и второй признаки равенства треугольников. Равнобедренные треугольники и их свойства. Признак равнобедренного треугольника. Третий признак равенства треугольников.

Соотношения между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника. Неравенство о длине ломаной.

Симметричные фигуры. Основные свойства осевой симметрии. Примеры симметрии в окружающем мире.

Параллельные прямые. Сумма углов многоугольника

Параллельность прямых, исторические сведения о постулате Евклида и о роли Лобачевского в открытии неевклидовой геометрии. Свойства и признаки параллельных прямых. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Сумма внутренних углов многоугольника и сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

Прямоугольные треугольники

Признаки равенства прямоугольных треугольников. Перпендикуляр и наклонная. Свойство медианы прямоугольного треугольника, проведённой к гипотенузе. Прямоугольный треугольник с углом в 30° .

Окружность

Понятия окружности и круга. Элементы окружности и круга: центр, радиус, диаметр, хорда, их свойства. Взаимное расположение окружности и прямой. Касательная и секущая к окружности. Окружность, вписанная в угол. Простейшие построения с помощью циркуля и линейки.

Геометрические места точек

Понятие о геометрическом месте точек. Примеры геометрических мест точек на плоскости.

Биссектриса угла и серединный перпендикуляр к отрезку как геометрические места точек. Описанная окружность треугольника, её центр. Метод геометрических мест точек при решении геометрических задач.

Построения с помощью циркуля и линейки

Исторические сведения. Обоснования простейших построений, этапы задачи на построения, решение задач на построение циркулем и линейкой.

Содержание образования по вероятности и статистике за 7 класс (профильный уровень)

Представление данных в виде таблиц, диаграмм. Заполнение таблиц, чтение и построение столбиковых (столбчатых) и круговых диаграмм. Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения, квартили, среднее гармоническое, среднее гармоническое числовых данных.

Примеры случайной изменчивости при измерениях, в массовом производстве; тенденции и случайные колебания; группировка данных, представление случайной изменчивости с помощью диаграмм; частоты значений; статистическая устойчивость.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Понятие о связанных графах. Пути в графах. Цепи и циклы. Обход графа (эйлеров путь). Понятие об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.

Утверждения и высказывания. Отрицание утверждения, условные утверждения, обратные и равносильные утверждения; необходимые и достаточные условия, свойства и признаки. Противоположные утверждения, доказательства от противного.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота случайного события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе.

Образец работы

Запишите решение и ответ для каждого задания.

При выполнении работы можно пользоваться черновиком.

Решения и записи, выполненные на черновике, не проверяются и не анализируются

I часть

B1. Найдите значение числового выражения: $\left(0,319 \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) - 1,781 : 3,5\right) : 0,048$.

B2. Упростить выражение: $(6a - 7c)^2 - (2a - 12c)(7a - 3c) - (6a - 7c)(6a + 7c)$

B3. Решить уравнение: $\frac{3x-7}{4} - \frac{9x+11}{8} = \frac{3-x}{2}$

B4. Решите задачу: «При пересечении двух прямых отношение двух из образовавшихся углов равно 3 : 7. Найдите значения всех углов при пересечении этих прямых».

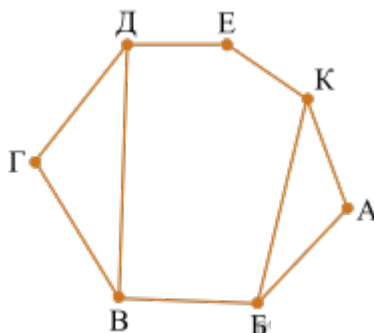
B5. Вычислите: $\frac{(3^6)^2 \cdot 243}{9^7}$

B6. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2(3x - y) - 5 = 2x - 3y \\ 5 - (x - 2y) = 4y + 16 \end{cases}$$

В7. В некотором графе 11 рёбер. Пять вершин имеют степень 2, а остальные вершины — степень 3. Сколько вершин степени 3 содержит граф?

В8. На рисунке схема дорог изображена в виде графа, в таблице звёздочкой обозначено наличие дороги между населёнными пунктами. Отсутствие звёздочки означает, что такой дороги нет.

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1						*	*
П2			*	*		*	
П3		*		*			
П4		*	*		*		
П5				*			*
П6	*	*					*
П7	*				*	*	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какие номера населённых пунктов соответствуют населённым пунктам *Б* и *В*. В ответе запишите эти два номера в порядке возрастания без пробелов и знаков препинания.

Пример. Пусть населённым пунктам *Д* и *Е* соответствуют номера *П1* и *П2*. Тогда в ответе нужно написать «12».

Часть 3

С1. Решите задачу: В равнобедренном треугольнике один из внешних углов равен 130° . Найдите углы треугольника.

С2. В треугольнике ABC $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $AC = 12$ см, BD – биссектриса.

а) Между какими целыми числами заключено расстояние от точки D до стороны AB ?

б) Найдите длину отрезка MN , где $DM \perp AB$, $DN \perp BC$.

С3. Решите задачу: Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

С4. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены соответственно точки M и N , так что угол CBA равен углу AMN . Найдите градусную меру угла MNC , если угол ACB равен 70° .

Ответы:

Номер задания	В1	В2	В3	В4	В5
Ответ	12	$-14a^2 + 6ac + 62c^2$	$X = 37$	126° и 54°	27

Номер задания	В6	В7	В8	С1	С2	С3	С4
Ответ	(3; -7)	4	26	Два варианта ответа: $80^\circ, 50^\circ, 50^\circ$ или $50^\circ, 65^\circ, 65^\circ$.	а) между 4 и 5; б) $MN = 6$ см.	1-й – 12 часов 2-й – 24 часа	110