

Демоверсия. Математика (профильный уровень)
Для поступления в 9 (математический) класс
МАОУ гимназия № 99
2025 год

Время на выполнение работы – 60 минут

Содержание образования по алгебре за 8 класс (профильный уровень)

Числа и вычисления

Иррациональные числа

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень и его свойства. Понятие иррационального числа. Действия с иррациональными числами. Свойства действий с иррациональными числами. Сравнение иррациональных чисел.

Числовые множества

Представления о расширениях числовых множеств. Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел. Сравнение чисел. Числовые промежутки.

Делимость

Действия с остатками. Остатки степеней. Применение остатков к решению уравнений в целых числах и текстовых задач.

Измерения, приближения, оценки

Размеры объектов окружающего мира, длительность процессов в окружающем мире. Стандартный вид числа.

Алгебраические выражения

Дробно-рациональные выражения

Алгебраическая дробь. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Основное свойство алгебраической дроби. Сложение, вычитание, умножение и деление алгебраических дробей. Выделение целой части алгебраической дроби.

Рациональные выражения. Тождественные преобразования рациональных выражений.

Иррациональные выражения

Допустимые значения переменных в выражениях, содержащих арифметические квадратные корни. Тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни.

Степени

Степень с целым показателем и её свойства. Преобразование выражений, содержащих степени.

Уравнения и неравенства

Уравнения

Квадратное уравнение. Формула корней квадратного уравнения. Количество действительных корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Уравнения, сводимые к линейным уравнениям или к квадратным уравнениям. Квадратное уравнение с параметром. Решение текстовых задач с помощью квадратных уравнений.

Дробно-рациональные уравнения. Решение дробно-рациональных уравнений. Решение текстовых задач с помощью дробно-рациональных уравнений. Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными.

Неравенства

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств.

Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. Сложение и умножение числовых неравенств. Оценивание значения выражения. Доказательство неравенств.

Понятие о решении неравенства с одной переменной. Множество решений неравенства. Равносильные неравенства.

Линейное неравенство с одной переменной и множества его решений. Решение линейных неравенств с одной переменной. Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной. Решение текстовых задач с помощью линейных неравенств с одной переменной.

Функции

Область определения и множество значений функции. Способы задания функций. График функции. Чтение свойств функции по её графику. Примеры графиков функций, отражающих реальные процессы.

Линейная функция. Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональные зависимости, их графики. Функции $y = ax^2$, $y = x^2 + b$, $y = x^3$, $y = |x|$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{k}{x}$ и их свойства.

Кусочно-заданные функции.

Содержание образования по геометрии за 8 класс (профильный уровень)

Четырёхугольники

Параллелограмм, его признаки и свойства. Прямоугольник, ромб, квадрат, их признаки и свойства. Трапеция. Равнобедренная трапеция, её свойства и признаки. Прямоугольная трапеция. Средняя линия трапеции.

Средняя линия треугольника. Метод удвоения медианы треугольника. Теорема о пересечении медиан треугольника.

Теорема Фалеса, теорема о пропорциональных отрезках. Теорема Вариньона для произвольного четырёхугольника.

Центрально-симметричные фигуры.

Подобие

Подобие треугольников, коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников. Применение подобия при решении геометрических и практических задач.

Площадь

Понятие о площади. Свойства площадей геометрических фигур. Простейшие формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба и трапеции. Площади подобных фигур. Отношение площадей треугольников.

Теорема Пифагора

Теорема Пифагора. Применение теоремы Пифагора при решении практических задач.

Элементы тригонометрии

Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника. Тригонометрические функции углов в 30° , 45° и 60° . Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.

Углы и четырёхугольники, связанные с окружностью

Вписанные и центральные углы, угол между касательной и хордой. Углы между хордами и секущими. Вписанные и описанные окружности треугольника и четырёхугольники. Свойства и признаки вписанного четырёхугольника. Взаимное расположение двух окружностей. Касание окружностей. Общие касательные к двум окружностям.

Содержание образования по вероятности и статистике за 8 класс (профильный уровень)

Множество и подмножество. Примеры множеств в окружающем мире. Пересечение и объединение множеств. Диаграммы Эйлера. Числовые множества. Примеры множеств из курсов алгебры и геометрии. Перечисление элементов множеств с помощью организованного перебора и правила умножения. Формула включения-исключения.

Элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Случайный выбор.

Измерение рассеивания числового массива. Дисперсия и стандартное отклонение числового набора. Свойства дисперсии и стандартного отклонения. Диаграммы рассеивания двух наблюдаемых величин. Линейная связь на диаграмме рассеивания.

Дерево. Дерево случайного эксперимента. Свойства деревьев: единственность пути, связь между числом вершин и числом рёбер. Понятие о плоских графах. Решение задач с помощью деревьев.

Логические союзы «И» и «ИЛИ». Связь между логическими союзами и операциями над множествами. Использование логических союзов в алгебре.

Случайные события как множества элементарных событий. Противоположные события. Операции над событиями. Формула сложения вероятностей.

Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Представление случайного эксперимента в виде дерева. Независимые события.

Образец работы

Запишите решение и ответ для каждого задания.

При выполнении работы можно пользоваться черновиком.

Решения и записи, выполненные на черновике, не проверяются и не анализируются

Часть I

B1. Упростите выражение и вычислите значение при $x=3,1$

$$\frac{2x-5}{x^2-6x+9} - \frac{x+8}{(3-x)^2} + \frac{10}{9+x^2-6x}$$

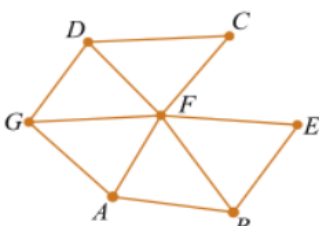
B2. Упростите выражение:

$$\frac{2a^3 - a^2b}{36b^2} : \frac{2a-b}{9b^3}$$

B3. Прямая $y = kx + b$, проходит через точки $A(2;1)$ и $B(-4; 10)$. Найдите k и b , а также координаты точки пересечения прямой $y = kx + b$ с прямой $3x - y = 5$

B4. На рисунке слева изображена схема дорог Н-ского района, в таблице звёздочкой обозначено наличие дороги из одного населённого пункта в другой. Отсутствие звёздочки означает, что такой дороги нет.

	1	2	3	4	5	6	7
1			*	*			*
2			*		*	*	
3	*	*		*	*	*	*
4	*		*				
5		*	*				
6		*	*				*
7	*		*			*	



Каждому населённому пункту на схеме соответствует его номер в таблице, но неизвестно, какой именно номер. Определите, какие номера населённых пунктов в таблице могут соответствовать населённым пунктам A и G на схеме. В ответе запишите эти два номера в возрастающем порядке без пробелов и знаков препинания.

$$y = \frac{x^2 - 25}{2x + 10}$$

В5. Постройте график функции:

В6. Решите задачу: Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

$$\frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}$$

В7. Решите уравнение:

В8. Из точки M к окружности с центром O проведены касательные MA и MB . Найдите расстояние между точками касания A и B , если $\angle AOB = 60^\circ$ и $MA = 7$.
В ответе запишите найденное значение, умноженное на $\sqrt{3}$.

В9. Решите неравенство: $-1,2 < 1 - 2y < 2,4$

В10. При сборке заказа из магазина продуктов сборщик кладет в пакет 5 кг яблок. Масса яблок в пакете — случайная величина, поскольку яблоки резать нельзя. Расположите события в порядке возрастания их вероятностей.

A = «Масса яблок в пакете — от 4,5 до 5,5 кг»,

B = «Масса яблок в пакете не более чем на 200 г отклоняется от 5 кг»,

C = «Масса яблок в пакете не более чем на 400 г отклоняется от 5 кг»,

D = «Масса яблок в пакете от 4,8 до 5,3 кг».

Часть II

С1. Упростите выражение:

$$\frac{a^3 - b^3}{2a + 2b} \cdot \left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} \right) : \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 - b^2}$$

С2. К окружности с диаметром AB в точке A проведена касательная. Через точку B проведена прямая, пересекающая окружность в точке C и касательную в точке K . Через точку D проведена хорда CD параллельно AB так, что получилась трапеция $ACDB$. Через точку D проведена касательная, пересекающая прямую AK в точке E . Найдите радиус окружности, если прямые DE и BC параллельны, $\angle EDC = 30^\circ$ и $KB = 14\sqrt{3}$.

$$\begin{cases} 15(y-4) - 14(y-3) < y(y-9) - y^2 \\ \frac{5-y}{3} - y > 14 - \frac{2-y}{6} \end{cases}$$

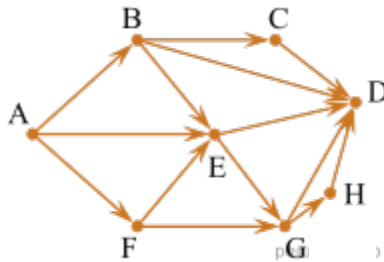
С3. Решите систему неравенств:

С4. Решите задачу:

На сторонах MN и NK треугольника MNK взяты точки A и B соответственно так, что $\angle ABN = \angle M$. Отрезок NE является биссектрисой угла ANB , $AE : EB = 2 : 3$. Найдите отношение NK к MN .

С5. Точка O равноудалена от сторон треугольника ABC , $\angle ACO = 34^\circ$. Найдите $\angle AOB$.

С6. На рисунке — схема дорог, связывающих города A, B, C, D, E, F, G, H . По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города A в город D ?



Ответы:

Номер задания	B1	B2	B3	B4	B5
Ответ	10	$\frac{a^2b}{4}$	k=-1,5 b=4 (2; 1)	67	Прямая $y = \frac{x-5}{2}$ с выколотой точкой (-5; -5)

Номер задания	B6	B7	B8	B9	B10
Ответ	первый оператор за 12 ч, второй оператор за 24 ч.	$-3; \frac{2}{3}$	21	(- 0,7; 1,1)	ACDB

Номер задания	C1	C2	C3	C4	C5	C6
Ответ	$\frac{(a^2 + b^2)(a - b)}{a + b}$	10,5	$(-\infty; -8)$	2 : 3	124	13